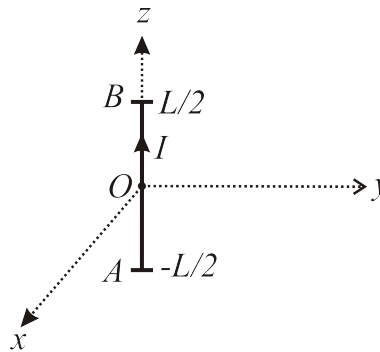


1. (6 pts) Questions courtes électrostatique :

Un potentiel électrique dans une certaine région de l'espace, ($0 \leq x \leq b$ et $y \geq 0$) s'écrit $V(x, y) = a \sin(\pi x/b) e^{-y/c}$ où a , b , et c sont des constantes.

- Si les coordonnées x et y ont les dimensions de mètres, donner les unités S.I. des constantes a , b , et c .
- Trouver la différence de potentiel, $V_A - V_B$, entre un point $A = (0, 0)$ m et un point $B = (b/2, c)$ m.
- Trouver le champ électrique, $\vec{E}(x, y, z)$, associé au potentiel $V(x, y)$.
- Déduire la distribution de la densité de charge volumique, $\rho(x, y)$, associée à ce champ électrique.
- On considère un champ électrique constant, $\vec{E} = E_0 \vec{u}_x + \sqrt{3}E_0 \vec{u}_y$. Trouver le flux du champ électrique à travers une surface d'aire égale à S et orientée avec une normale à la surface, $\vec{n} = \frac{1}{2} \vec{u}_x - \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{u}_y$.

2. (3 pts) Questions courtes magnétostatique et induction : Un courant constant I parcourt un segment de longueur, L , orienté selon l'axe Oz . (voir figure)

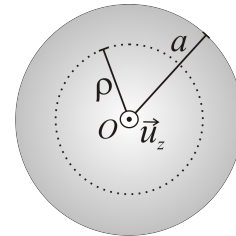


- En faisant appel à l'approximation d'un cylindre infini ($y \ll L$), déterminer l'expression du champ $\vec{B}_{\text{fil}}(y)$ produit par ce segment sur l'axe Oy (en fonction de y).
- Le fil est maintenant plongé dans un champ extérieur $\vec{B}_{\text{ext}} = B_0 \vec{u}_y$ uniforme et constant. Trouver la résultante des forces de Laplace sur ce segment de circuit. (A.N. $B_0 = 1\text{T}$, $L = 10\text{cm}$, $I = 2\text{A}$)
- Le segment se déplace maintenant avec une vitesse constante, $\vec{v}_{\text{fil}} = v_0 \vec{u}_x$, dans le champ extérieur $\vec{B}_{\text{ext}} = B_0 \vec{u}_y$. Trouver la force électromotrice, e , apparue dans celui-ci. (A.N. $v_0 = 5\text{m.s}^{-1}$)

3. (6 pts) Questions de magnétostatique :

Soit un cylindre plein d'axe (Oz) et de base un disque de centre O et de rayon a . A l'intérieur du cylindre, se trouve une densité de courant, $\vec{j}(\rho, \phi, z) = \vec{u}_z j_0 \rho^2 / a^2$, avec j_0 une constante exprimée en A.m^{-2} . Sur l'ensemble des questions, on adopte l'approximation d'un cylindre infini. (Indice : l'unité de surface $z = \text{cte}$ en coordonnées cylindriques est $d\vec{S} = \vec{u}_z dS = \vec{u}_z \rho d\rho d\phi$)

$$\vec{j}(\rho, \phi, z) = \begin{cases} \vec{u}_z j_0 \rho^2 / a^2 & \rho < a \\ 0 & \rho \geq a \end{cases}$$



- Déterminer le courant I du cylindre (spécifier les unités de I).
- Quelle est la symétrie du système? Quelles sont les invariances? Utiliser ces informations pour spécifier la forme de $\vec{B}(\rho, \phi, z)$.
- Déterminer le champ magnétique, $\vec{B}(\rho, \phi, z)$ à l'extérieur du cylindre ($\rho > a$), en faisant appel au théorème d'Ampère.
- Déterminer le champ magnétique, $\vec{B}(\rho, \phi, z)$, à l'intérieur du cylindre (pour $\rho < a$), en faisant appel au théorème d'Ampère.

4. (7 pts) Bobines

On considère une spire de courant, de rayon a , portant un courant constant I .

- Donner l'orientation du champ magnétique le long de l'axe de la spire. Justifier votre réponse.
- Démontrer en utilisant la loi de Biot et Savart et la figure ci-dessous que la composante z du champ magnétique produite sur l'axe de la spire est décrite par la formule trouvée en cours : (La figure illustre une contribution $d\vec{B}$ produit par un élément $d\vec{l}$ de la spire avec z mesurée par rapport au centre de la spire.)

$$B_z(z) = \frac{\mu_0 I}{2a} \frac{1}{\left[\left(\frac{z}{a}\right)^2 + 1\right]^{3/2}} = \frac{\mu_0 I}{2a} \sin^3 \alpha. \quad (1)$$

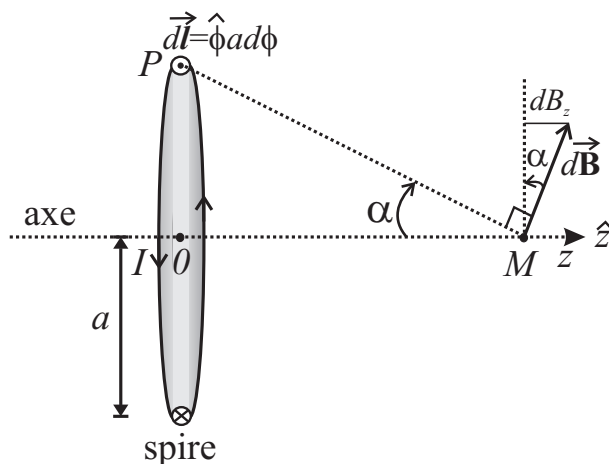
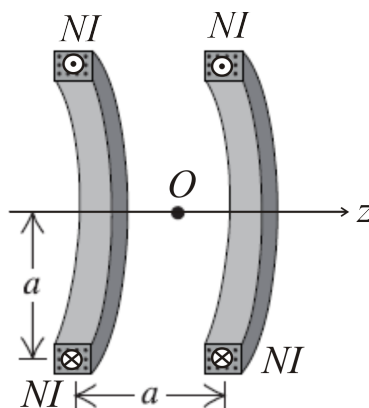


FIGURE 1 – Spire unique de rayon a portant un courant I .

- Utiliser la formule dans l'éq.(1) pour trouver le champ magnétique au centre d'une bobine, d'épaisseur négligeable en z , et composée de N spires. $A.N.$: $N = 200$, $I = 5A$, $a = 2\pi\text{cm}$.
- On obtient une configuration de Helmholtz en prenant deux bobines identiques à celle décrite en (c) et centrées respectivement aux positions $\pm a/2$ (c.-à-d. les bobines sont séparées par une distance égale à leur rayon : voir la figure). Utiliser la formule de l'éq.(1) afin d'écrire la formule pour le champ B_z pour cette configuration de deux bobines.



- Calculer la valeur du champ magnétique aux positions $z = 0$ et $z = \pm a/2$. Quelle est la différence relative du champ entre la valeur du champ B_z à l'origine et ses valeurs aux positions $\pm a/2$? C'est-à-dire, calculer la valeur de l'expression suivante :

$$\delta B_z / B_z = \frac{B_z(0) - B_z(\pm a)}{B_z(0)}$$

- Calculer dB_z/dz et $d^2 B_z/dz^2$ au point O .
- Tracer l'allure du graphe du $B_z(z)$ et comparer avec celui du champ magnétique produit par une seule bobine. Commenter l'intérêt de la configuration de Helmholtz.